Az egészséges emberi térdízület kinematikáját leíró "célfüggvény" létrehozása

Katona Gábor, M. Csizmadia Béla, Balassa Gábor

Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Mechanikai és Géptani Intézet

katona.gabor@gek.szie.hu

DOI: 10.17489/biohun/2017/1/02

Absztrakt

A térdprotézisek fejlesztése folyamatos napjainkban. Ennek célja elsősorban az, hogy a beültetett protézis az eredeti ízületi mozgást hozza létre. De milyen az emberi ízület által vezérelt mozgás? Ismert, hogy a térd behajlítása során rotáció és abductió is létrejön. Ezek közül a mozgás stabilitása szempontjából a flexio-rotácio függvénykapcsolat ismerete a leglényegesebb. Az irodalomban bemutatott vizsgálati eredmények sokasága rendkívüli különbözőségeket mutat. Jelen cikk az átlagos emberi térdízület által létrehozott ezen függvénykapcsolat, az ún. célfüggvény létrehozását mutatja be. Ez azért fontos, mert ez teszi lehetővé a különböző protézisek jóságának megítélését és a protézisgeometria javítását is.

Kulcsszavak: térdprotézis, cadaver mérések, vég-rotáció, anatómiai koordináta-rendszer

Creating an "objective function" to describe the kinematics of the healthy human knee joint

Abstract

The development of knee prostheses is ongoing today. The original joint movement has to be created by the implanted prosthesis. This is the primary intent. But what is human-joint-driven motion? It is known that rotation and abduction are created during knee bending. From these, the knowledge of the flexio-rotation function is the most important for the stability of motion. The multitude of test results are presented in the literature shows extreme differences. This article describes the creation of the so-called objective function created by the normal human knee joint. This is important because it makes it possible to evaluate the goodness of different prostheses and improve the prosthesis geometry.

Keywords: knee prosthesis, cadaver measurements, screw-home motion, anatomical coordinate system

1. Bevezetés

A protézis elhasználódásának és kilazulásának megakadályozásában alapvető fontosságú a megfelelő protézis kialakítása úgy, hogy az az eredetihez közel hasonló mozgást biztosítson. Ennek leírása érdekében a jelen cikkben bemutatott kutatás az egészséges emberi térdízület kinematikai jellemzőinek és azok közötti összefüggéseket leíró matematikai modell meghatározásáról számol be in vitro kísérletek alapján. Az egészséges emberi térdízület rotatiosflexios mozgását leíró matematikai modellt a továbbiakban "célfüggvény"-nek neveztük.

A térdízület működése közben a tibia, mint merev test, a femurhoz képest hat szabadságfokú mozgást végez.^{1,2} A térdízület az ízületi felületek között fennálló kényszerkapcsolat révén azonban egy egyszabadságfokú nyitott kinematikai láncot alkot³ a mozgás bizonyos szakaszában. A térdízület esetében ez azt jelenti, hogy a járás stabilitása szempontjából legfontosabb rotatio (ϱ) felírható a flexioextensio (φ) függvényeként (*1. ábra*).

Általánosságban elmondható, hogy a flexioextensionak, mint szögelfordulásnak a tengelye a sagittalis síkra hozzávetőlegesen merőleges tengely, azonban a valós flexio-extensios tengely helye és iránya is változik a flexio folyamán.^{2,4} A kinematika leírására szolgáló közelítő tengelynek kiválasztását elsősorban az befolyásolja, melyik tengely határozható meg a legpontosabban, hiszen ezen tengely pontos meghatározásának a klinikumban is nagy szerepe van^{5,6} a protézisbeépítések során. A két legsűrűbben használt tengely a transepicondylaris (EPI) és a transzcilindrikus (FFC)⁷ tengely.

A rotatio általánosságban a tibia hossztengelye körüli szögelfordulása. Az akaratlagos rotatio, a térden belüli kényszerkapcsolatok miatt, csak a térd bizonyos mértékű behajlított állapota után lehetséges. Az akaratlagos rotation kívül létezik egy *passzív vég-rotáció* is,⁸ amely a térd teljesen kinyújtott helyzetét megelőző szakaszban jön létre, köszönhetően a condylusok közötti geometriai kényszerkapcsolatnak.⁹ A passzív vég-rotáció tartományáról és mértékéről megoszlanak a vélemények, tartománya különböző szerzők szerint más és más. Freeman szerint a passzív végrotáció tartománya 10°-30° behajlítási szögtől a térd nyújtott állapotáig terjed,¹⁰ mértéke Varadarajan et al. szerint 4° és 13° közé esik.¹¹

Az ezen célfüggvény matematikai leírásának részét alkotó szögek nagyságának meghatározásához viszonyítási alapként koordináta-rendszert kell értelmeznünk. Az ízületet alkotó femuron és tibián elhelyezkedő anatómiai pontokhoz rögzített koordináta-rendszert nevezi a szakirodalom anatómiai koordinátarendszernek. Pennock és Clark, valamint Walker at al. bizonyították, hogy ugyanazon mérési eredményeket különböző anatómiai koordináta-rendszerben kiértékelve eltérő eredményeket kapunk.^{2,7} Fontos megjegyezni, hogy a használt koordináta-rendszereknek nem csupán anatómiaiaknak, hanem ugyanazon anatómiai pontokhoz rendelt koordináta-rendszereknek kellene lenniük a különböző kutatások összehasonlíthatósága érdekében. Bíró, valamint Andrónyi számszerűen bemutatja ezen felületen kijelölt pontok bizonytalanságának hatását a kinematikai jellemzőkre.^{12,13}

Általában a szerzők^{1,9,16-25} a mai kutatásoknál többségében a Grood és Suntay-féle anatómiai koordináta-rendszert,¹⁶ vagy ennek valamilyen módosított változatát használják.



1. ábra. Elmozdulások és elfordulások értelmezése a térdízület esetén



2. ábra. Hilal et al. koordinátarendszere

Hilal et al. a tibia femurhoz viszonyított helyzetét az általuk módosított Grood és Suntayféle anatómiai koordináta-rendszerben írják le¹⁷ (2. *ábra*). A továbbiakban a kutatás során mi is ezt a módosított koordináta-rendszert használjuk. Itt a flexio-extensio tengelye a femorális z_t tengely, a rotatio tengelye a tibiális y_s tengely, míg az adductio-abductio tengelye az előbbi két koordináta-tengelyre merőleges (*lengő*) tengely. A koordináta-rendszer origója az O_t pont. Az elmozdulásokat szintén ezen három koordináta-tengely mentén definiálták.

Az ízület mozgását leginkább in vitro kísérletek során lehet vizsgálni. A kísérletekhez az ízületi tokot és az ízületet körülvevő szalagokat sértetlenül hagyják,³ majd a kísérletek céljának megfelelő készülékbe rögzítik azokat.

A mozgásvizsgálatokhoz szükséges berendezéseket, készülékeket úgy próbálják kialakítani, hogy a lehető legtöbb elmozdulási lehetőséget hagyjanak az ízületnek. Általánosan elmondható, hogy az alkalmazott készülékek legnagyobb hiányossága, ha nem teszik lehetővé a teljesen kényszerítetlen mozgást. Fontos, hogy a mozgást és a mozgásjellemzőket maga az ízület vezérelje és korlátozza. Vizsgáló berendezésünket ennek figyelembe vételével kellett kialakítani, kiküszöbölendő a fentebb említett hibákat.²⁶



Wilson et al. in vitro vizsgálatokat végeztek,²⁰ a kísérletek értékeléséhez a Grood és Suntay-féle ízületi koordináta-rendszert használva. Fontos azon megállapításuk, hogy az ízület készülékbe való rögzítésének módja befolyásolja a mérhető kinematikai jellemzőket. Walker et al. és Most et al. szintén in vitro méréseket végeztek.^{2,21} Bizonyították, hogy a flexio-extensio tengelyének megválasztása kvantitatív módon jelenik meg a kialakuló mozgásjellemzőkben.

Bull et al. publikációjában látható, hogy az eltérő kinematikai diagramok oka az eltérő referenciapont és az eltérő készülék.¹⁸ A *3. ábrán* láthatók a különböző kutatók eredményei.

Az ábrában a vizsgálatok feltételeitől függetlenül kerültek megjelenítésre a kapott rotatio eredmények. Jól látszik, hogy *csupán néhány általános következtetés* vonható le, a kutatók eredményei között szinte semmilyen megegyező eredmény nincs. A különböző szerzők által kapott rotatio-flexio függvény jellege és nagysága is jelentősen különbözik.

A fentiekben leírtakból következően a "célfüggvény" megalkotásához

- ki kellett alakítani egy jól definiált *kísérleti eljárást,*
- egyértelműen meg kellett határozni azo-

Lu et al. 2008 (élő) Wilson et al. 2000 (cadaver) Wilson et al. 1998 (cadaver) Wilson et al. 1998 (model) Bull et al. 2008 (cadaver) Akalan et al. 2008 (reference model) Akalan et al. 2008 (constraint based model) Most et al. 2004 (TEA, cadaver) Most et al. 2004 (GCA, cadaver)



kat a feltételeket, amelyek befolyásolják a mérési eredményeket, hogy a mért kinematikai jellemzők egzaktak legyenek,

- ki kellett jelölni azt az általánosan ismert, de egyszerűen meghatározható anatómiai koordináta-rendszert, amelyben a kiértékelés elvégezhető,
- ki kellett dolgozni a mérések kiértékelési eljárását,
- fel kellett írni a mozgás *matematikai mo- delljét*,
- ki kellett dolgozni egy általános módszert, amellyel a mérési eredményekre legjobban illeszkedő közelítő *függvényben* meghatározhatók a kényszerített (passzív) végrotáció és az akaratlagos mozgás határai.

2. Módszerek

2.1. Kísérletek

Az ízület kinematikájának leírására és az ízület mechanikai modelljének keresésére az elvégzendő kísérletek modelljéül cadaver térdet választottunk, mivel ez a *geometria azonossága miatt* a vizsgálatokhoz megfelelő modell. A cadaver térden csupán az élő szervezet izmaiban természetes állapotban létező *izomtónus* nincs meg, ezek *modellezését* megoldottuk a készülékben.²⁶

A cadaver térd mozgását Szakál cikkében ismertetett kísérleti berendezésben²⁶ vizsgáltuk. A mért jellemzők: a vízszintesen tartott láb folyamatosan növekvő erővel történő lefeszítése (1. típusú mérés), illetve a vízszintesen tartott láb önsúlya okozta behajlítása (2. típusú mérés). Ezekben a mozgásoknál nem az izmok, hanem külső terhelés, vagy a testrész és a test önsúlya okozza a térdízület behajlítását.

A kísérleteket hat férfi (életkor: 40-68 év, átlag: 54,5 év), cadaver alany összesen tíz ízületén (6 db jobb, 4 db bal térdízület) végeztük. A laboratóriumi méréseket a tetemek szakorvos általi standard fizikális vizsgálata előzte meg, illetve követte. Ezen vizsgálatok alapján mind a hat alany ízülete alkalmas volt a kísérletekre. A mérések helyszíne a Semmelweis Egyetem II.sz. Pathologiai Intézete (H-1091 Budapest, Üllői út 93.) volt. Az alanyokat a kísérleteket megelőzően standard hullaházi körülmények között tárolták (hullakamra, háton fekvő helyzet, nyújtott térd, átlagos tárolási idő: 10 nap). A készülékben végzett kísérleteket megelőzően a bőr- és zsírszövetet eltávolítottuk. A resectiot megelőző előkészítő mérések időtartama körülbelül 2 óra volt, így az ízület hőmérséklete elérte a szobahőmérsékletet a készülékben végzett mérések kezdetére.

A kísérletet megelőzően a térdízület resectálása során biztosítani kellett, hogy a koordinátarendszerek és az anatómiai pontok helyzetének transzformálásához szükséges markerek hiánytalanul rajta legyenek a csontokon. Az előkészített ízületet a készülékbe rögzítettük, majd csatlakoztattuk a gumiizom modellt és a terhelést. A készülék használata előtt felhelyeztük a helymeghatározó rendszer jeladóit, és az ízületet nyújtott helyzetbe állítottuk. A helymeghatározó rendszer által szolgáltatott adatok feldolgozására kidolgozott kiértékelő módszer segítségével megkaptuk a kívánt kinematikai jellemzőket.

A meghatározáshoz szükséges orvosi protokollt Dr. Andrónyi Kristóf dolgozta ki.¹⁵ A kísérletek során elsőként az egész emberi lábon kellett méréseket végezni a resectálás során eltávolítandó anatómiai pontok helyzetének rögzítése érdekében. Kihasználva azt, hogy a femur gömbi mozgást végez, a caput femoris középpontjának, mint a gömbi mozgás középpontjának helyzete a mért adatokból meghatározható. A többi anatómiai pont helyzete közvetlenül mérhető volt. Az anatómiai koordináta-rendszert a resectálás előtt kellett felvenni, majd az anatómiai koordináta-rendszert kellett transzformálni a resectált ízületre.

A továbbiakban röviden összefoglaljuk Renner és Andrónyi cikkében részletezett mérési folyamat²⁷ lépéseit. Az anatómiai koordináta-rendszer létrehozásához, annak transzformálásához, valamint a kinematikai jellemzők meghatározásához a következők a mért adatok:

- az anatómiai pontok helyzete: malleolus medialis és lateralis, tuberositas tibiae, caput fibulae, epicondylus medialis és lateralis,
- markerek helyzete,
- a femorális jeladó helyzetének változása a gömbi mozgás sorána caput femoris középpontjának meghatározásához,
- a femorális és a tibiális jeladóhoz rögzített koordináta-rendszer helyzetének változása a folytonos mérés során a kinematikai jellemzők meghatározásához.

A mérések két fő csoportra bonthatók:

- 1. Az anatómiai koordináta-rendszerek létrehozása:
 - a. a caput femoris középpontjának meghatározása,
 - b. transzformációs koordináta-rendszerek létrehozása a markerek segítségével, amelyekhez viszonyítva az anatómiai pontok helyzete állandó,
 - c. az anatómiai koordináta-rendszerek leírása a transzformációs koordinátarendszerekben.
- 2. A mérési adatok kiértékelése:
 - a. több lépésben az anatómiai koordináta-rendszerek egymáshoz viszonyított helyzetének meghatározása,
 - b. a helyzetleíró mátrix elemeiből a tibia helyzetét leíró szögek kiszámítása.

2.2 Mérési adatok kiértékelési módszere²⁸

A folyamatos mérés során a térbeli helymeghatározó rendszer a femurra és a tibiára helyezett jeladói koordináta-rendszerek helyzetét adja meg az abszolút koordináta-rendszerben $A_{i,j}A_{f,j}$, ahol j=1...l, t a tibia, f a femur jele az indexekben, j pedig az adatpárok sorszáma. A továbbiakban is a tenzorokat vastag, dőlt nagy betűkkel, a skalár mennyiségeket dőlt kisbetűkkel jelölöm. A kísérlet időtartamától függően ez az adatállomány l=800-1500 adatpárt tartalmaz, időpontokhoz rendelve.

A készülékbe rögzítés során a jeladók helyzete megváltozik, így az *átviteli* koordinátarendszerek forgatási mátrixait újra kell számolni az abszolút koordináta-rendszerben $(A_{tátuj}; A_{fátuj})$. Ezen átviteli koordináta-rendszerek biztosítják a cadaver személyen rögzített, illetve a készülékbe helyezett ízülethez rögzített anatómiai koordináta-rendszerek matematikai azonosságát. A femur és a tibia *anatómiai* koordináta-rendszereinek helyzetét a két csonton elhelyezett markerek átviteli koordináta-rendszereiben ismerjük azok forgatási tenzoraival ($C_{t,tanat}; C_{f, fanat}$).

Ezek ismeretében a számítás lépései összefoglalva a következők:

- a tibia és a femur anatómiai koordinátarendszere transzformációs mátrixának meghatározása az abszolút koordinátarendszerben, majd
- az anatómiai koordináta-rendszerek transzformációs mátrixainak leírása a jeladók koordináta-rendszerében, amelyek ismeretében
- minden egyes időpillanathoz tartozóan meghatározandó a jeladók egymáshoz viszonyított helyzete, vagyis a tibia jeladójának transzformációs mátrixa a femur jeladójának koordináta-rendszerében, amelyet
- a tibia anatómiai koordináta-rendszerének a femur jeladójának koordináta-rendszerbeli forgatási mátrixának meghatározása követ, így
- ezen számítások elvégzése után az ana-

tómiai koordináta-rendszerek egymáshoz viszonyított helyzete meghatározható.

A forgatási mátrix elemeit a tibia anatómiai koordináta-rendszer tengelyeihez rendelt egységvektorok skalárvetületei adják a femur anatómiai koordináta-rendszerében. A mátrix elemeiből a kinematikai jellemzők visszaszámíthatók (flexio-extensio - φ a z_t tengely körül, adductio-abductio - γ az elforgatott x_t tengely körül, rotatio - ϱ a kétszer elforgatott y_t tengely körül – 2. *ábra*) ezen jellemzők definícióinak ismeretében.

2.3. A célfüggvény létrehozása a mérési adatokból

A célfüggvény meghatározásának fő lépései a következők:

A korábban kapott mérési adatsorokra a legkisebb négyzetek módszerével trilineáris függvényt illesztünk úgy, hogy a szakaszhatárok becsléssel 10-30° és 35-70° közé essenek, és a trilineáris függvény szakadásmentes legyen.

 Az illesztések teljes szórásnégyzetének a szakaszhatárok szerinti minimumhelyét keressük, így megkapjuk minden mérési adatsorhoz tartozóan a szakaszhatárokat.

- Ezen szakaszhatárok átlagai lesznek a célfüggvény szakaszhatárai.
- A célfüggvény meghatározott szakaszhatárainak figyelembe vételével trilineáris függvényt illesztünk minden mérési adatsorra.
- Az illesztett trilineáris függvények tengelymetszetével eltoljuk a mérési adatsorokat a rotáció tengelye mentén az origóba.
- Az így előálló adatfelhőre az ismert szakaszhatárok figyelembevételével illesztjük a szintén trilineáris célfüggvényt.

Tekintettel arra, hogy a szakirodalom szerint is a flexio első szakaszában kényszerített rotatio van, a végső szakaszban viszont teljesen szabad a mozgás, a közbülső szakasz pedig egy átmeneti szakasznak tekinthető, így a rotatioflexio függvény valóban három elkülönült szakaszra bontható.

Ha az egyes szakaszokat a legegyszerűbb függvénnyel közelíthetjük, a célfüggvény egy



4. *ábra*. Példa a trilineáris illesztésre (p=6; k=1)

trilineáris függvénnyel modellezhető, ugyanakkor a szakaszhatárok ismeretlenek. Jelöljük ezeket φ_1 és φ_2 -vel, az illesztés teljes tartománya pedig legyen φ =0-90°.

Ezen határok által kijelölt szakaszokon a mért adatokat egy-egy lineáris függvénnyel közelítjük úgy, hogy folytonos függvényt kapjunk:

$$\begin{aligned} \rho_{1,pk}(\varphi) &= a_{1,pk}\varphi + \rho_{0,pk}, \\ \rho_{2,pk}(\varphi) &= a_{2,pk}(\varphi - \varphi_1) + \rho_{10,pk}, \\ \rho_{3,pk}(\varphi) &= a_{3,pk}(\varphi - \varphi_2) + \rho_{20,pk}, \end{aligned}$$
(1)

ahol a pk index az egyes konkrét adathalmazt azonosító változó (a p index a vizsgált ízületet azonosítja, míg a k index a femorális anatómiai koordináta-rendszert és a vizsgálat módját együttesen). A függvények folytonosságát biztosítják az illesztés során a $\varrho_{10,pk}$ és $\varrho_{20,pk}$ rotáció paraméterek. Ezek a

$$\rho_{10,pk} = a_{1,pk}\varphi_1 + \rho_{0,pk},$$

$$\rho_{20,pk} = a_{2,pk}(\varphi_2 - \varphi_1) + \rho_{10,pk}$$

összefüggésekkel számíthatók.

A szakaszhatárok meghatározása során mindhárom tartományra külön-külön meghatároztuk a szórás-négyzeteket:

$$\begin{split} s_{1,pk}^2 &= \frac{\sum_{j=1}^{n_{1,pk}} [\rho_{j,pk} - (a_{1,pk}\varphi_{j,pk} + \rho_{0,pk})]^2}{n_{1,pk} - 2},\\ s_{2,pk}^2 &= \frac{\sum_{j=n_{1,pk}+1}^{n_{2,pk}} [\rho_{j,pk} - (a_{2,pk}(\varphi_{j,pk} - \varphi_1) + \rho_{10,pk})]^2}{n_{2,pk} - n_{1,pk} - 2},\\ s_{3,pk}^2 &= \frac{\sum_{j=n_{2,pk}+1}^{n_{3,pk}} [\rho_{j,pk} - (a_{3,pk}(\varphi_{j,pk} - \varphi_2) + \rho_{20,pk})]^2}{n_{3,pk} - n_{2,pk} - 2}. \end{split}$$

A számítás során abból az elvből indultunk ki, hogy a teljes tartományban úgy kell a trilincáris függvényt illeszteni a mért adatokra, hogy a lehető legkisebb legyen a teljes szórás. Ennek érdekében meghatároztuk az illesztés teljes szórását (2) a φ_1 és a φ_2 szakaszhatárok függvényében. Ennek a függvénynek a φ_1 és φ_2 szerinti minimumhelyét keresve határozható meg a kényszerített végrotációnak, valamint a szabad mozgásának a határa.

$$s_{\ddot{o},pk}^2 = \frac{\Delta}{n_{3,pk}-4},$$
 (2)

ahol

$$\begin{split} &\Delta = \sum_{j=1}^{n_{1,pk}} \left[\rho_{j,pk} - \left(a_{1,pk} \varphi_{j,pk} + \rho_{0,pk} \right) \right]^2 \\ &+ \sum_{j=n_{1,pk}+1}^{n_{2,pk}} \left[\rho_{j,pk} - \left(a_{2,pk} \left(\varphi_{j,pk} - \varphi_1 \right) + \rho_{10,pk} \right) \right]^2 \\ &+ \sum_{j=n_{2,pk}+1}^{n_{3,pk}} \left[\rho_{j,pk} - \left(a_{3,pk} \left(\varphi_{j,pk} - \varphi_2 \right) + \rho_{20,pk} \right) \right]^2. \end{split}$$

A minimumhely meghatározásával kiszámítható az a (φ_1, φ_2) adatpár, amelyek a trilineáris függvény szakaszhatárai lesznek.

A célfüggvény meghatározásához az egyes rotatio-flexio mérési adatsorokat eltoljuk az előzőekben kiszámított $Q_{0,pk}$ -val. Ennek célja az, hogy egységesen minden mérési adatsor a rotatio-flexio koordináta-rendszer origójából induljon, ezáltal a mérések összehasonlíthatóvá váljanak. Ezt az eltolást azért tehetjük meg, mert a Bíró és Fekete cikkében leírtak alapján a függvény Q koordináta menti helyzete elsősorban a bokapontoknál meghatározott koordináta-tengelyek helyzetétől függ.²⁹ A függvény alakját, lefutását ezen koordináta-tengely minimálisan módosítja.³⁰

Az adatsorok eltolása után egy olyan adatfelhő áll rendelkezésre, amelyre meghatározott határok között kell illeszteni egy trilineáris függvényt. Az illesztés menete itt is a korábbiakhoz hasonló. Először az első szakaszra, a kényszerített végrotatio szakaszára kell egyenest illeszteni. Ezen egyenes az origón megy keresztül, így egyenlete:

$$\rho_{1,kC}(\varphi) = a_{1,kC}\varphi. \tag{3}$$

A második szakasz kezdeti rotatio értékét az első szakaszra illesztett függvény ϕ_1 -beli értéke adja.

A második szakaszra illesztett függvény tehát a következő:

$$\rho_{2,kC}(\varphi) = a_{2,kC}\varphi + \rho_{10,kC}.$$
 (4)

A harmadik szakaszra illesztett lineáris függvény konstans tagja a második szakaszra illesztett lineáris függvény φ_2 -beli értéke. A harmadik szakaszra illesztett függvény így:

$$\rho_{3,kC}(\varphi) = a_{3,kC}\varphi + \rho_{20,kC}.$$
 (5)

A $\varrho_{10,kC}$ és $\varrho_{20,kC}$ az adott szakaszt megelőző szakasz φ_1 , illetve φ_2 -höz tartozó rotatio értéke.

3. Eredmények

Az 5. ábrán látható mérési eredményeink különböző rotáció értékekkel kezdődnek. Ezt a tibiális kereszttengely (bokapontok által meghatározott) felvételének esetlegessége okozza. Az ismertetettek alapján a tibiális kereszttengely (amelynek helyzete befolyásolja a rotáció mértékét) hibaokozó hatásának kiküszöbölésére a rotatio-flexio függvényeket a koordináta-rendszer origójába toltuk, ezáltal a méréseket összehasonlíthatóvá tettük úgy, hogy a kapott mérési adatsorra illesztett függvények 0° flexiohoz tartozó rotatio értékét kivontuk a mérési adatokból. A fent elmondottak alapján a *4. ábrán* bemutatotthoz hasonlóan meghatároztuk a rotatio-flexio görbéket, most már a 0° rotációhoz redukálva.

A femorális anatómiai koordináta-rendszer pontosabb felvétele érdekében annak definícióját módosítottuk úgy, hogy az epicondyláris (EPI) pontok helyett az FFC pontokat használtuk fel a koordináta-rendszer felvételénél, mivel a femorális condylusokra illesztett körök középpontjai pontosabban határozhatók¹³ meg Andrónyinak ezen folyóirat jelen számában megjelent cikke szerint. Ezen változtatással a rotatio-flexio görbék a következőképpen néznek ki (5. ábra).

A kényszerített végrotáció határa

Minden mérési adatsorra elvégeztük a korábban ismertetett trilineáris függvény illesztését a $\varphi_1 = 10-30^\circ$, és $\varphi_2 = 35-70^\circ$ -os tartományt alapul véve (4. ábra). Így a szórásnégyzet a φ_1 és φ_2



5. ábra. A rotatio – flexio mérési eredmények (k=4 – 1. terhelési típus, FFC-vel felvett femorális koordináta-rendszer)

szakaszhatárok függvényében a 2-es szórásfüggvény felhasználásával a 6. *ábrán* látható módon alakul.

A durva hibák kizárása után képeztük a mérési sorozatokhoz tartozó végrotáció értékek átlagát, amellyel meghatároztuk a kényszerített végrotációk értékét.

$$\bar{\varphi}_1 = \frac{\sum_{k=1}^4 \varphi_{1,k}}{4} = 17,75^\circ.$$

A mérési sorozat kényszerített végrotációjánk szórása az elvégzett számítások után:

$$s_1 = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^4 (\varphi_{1,k} - \bar{\varphi}_1)^2}{3}} = 0,43^\circ.$$

A kényszerített végrotáció határa 95%-os valószínűséggel:

$$\varphi_1 = \bar{\varphi}_1 \pm 2,5s_1 = 17,75 \pm 1,075^\circ.$$

A mérések számának növelésével az érték pontosítható, az anatómia sajátosságait figyelembe véve azonban a kényszerített végrotáció határa kerekítéssel 20°-nak tekinthető (10%-os kerekítés). Ezek után meg kell határozni a φ_2 határ értékét is. Ez az illesztések átlagaként adódik az előzőekben alkalmazottakhoz hasonlóan. A szabad mozgás határa:

$$\bar{\varphi}_2 = \frac{\sum_{k=1}^4 \varphi_{2,k}}{4} = 42,28^\circ.$$

Az átlagok szórása:

$$s_2 = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^4 (\varphi_{2,k} - \bar{\varphi}_2)^2}{4}} = 1,92^{\circ}.$$

A szabad mozgás határa 95%-os valószínűséggel:

$$\varphi_2 = \bar{\varphi}_2 \pm 2,5s_2 = 42,28 \pm 4,8^\circ$$

A számítások eredményeként, figyelembe véve az anatómia sajátosságait, a szabad mozgás határa kerekítéssel φ_2 =40° (5%-os kerekítés). A célfüggvények együtthatóit a számított középértékekkel (φ_1 =18°, φ_2 =42°) is meghatároztuk a kerekített értékek mellett. Ennek eredményeként megállapítható, hogy a kényszerített végrotáció szakaszán a 10% kerekítés átlagosan 2,6%-os illesztési hibát okoz. Ezért – az anatómiai különbözőségek miatt – célszerű



6. ábra. Szakaszhatárok meghatározása a szórásnégyzet minimuma alapján (p=1 – P01J ízület; k=1 2. terhelési típus, EPI-vel felvett femorális koordináta-rendszer φ₁ – kényszerített végrotáció határának vizsgálati tartománya, φ₂ – a szabad mozgás határának vizsgálati tartománya)

EREDETI KÖZLEMÉNYEK

a határokat kerek számban megadni.

A korábbiakban meghatároztuk a rotatio-flexio függvény trilineáris közelítéséhez szükséges három szakasz határát. A szakaszhatárok:

 $\varphi_0 = 0^\circ; \varphi_1 = 20^\circ; \varphi_2 = 40^\circ.$

Ezen értékek figyelembevételével, az illesztett függvények együtthatói a *l. táblázatban* összefoglaltak szerint alakulnak (a táblázat tartalmazza az együtthatókat a térdízületkoordináta-rendszerfelvétel-mérési típus szerint).

р	k	alany	kr. tip	terh. tip	a _{1,pk}	a _{2,pk}	а _{3,pk}	$\varrho_{0,pk}$	Q _{10,pk}	Q _{20,pk}
	1		EPI	2. típus	0,460	0,148	0,069	-22,1	-12,9	-9,9
p 1 2 3 4 5 6 7 8	2	D011		l. típus	0,541	0,125	0,070	-22,7	-11,9	-9,4
1	3	FUIJ	FEC	2. típus	0,459	0,151	0,111	-24,2	-15,0	-11,9
	4		FFC	l. típus	0,532	0,132	0,110	-24,6	Q10,pk -12,9 -11,9 -15,0 -14,0 -9,0 -13,8 10,3 11,4 7,7 8,9 -5,4 -6,2 -5,2 -6,9 -6,4 -10,7 -10,2 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -6,9 -6,9 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -0,2 0,0 1,6 0,4 1,4 0,2 1,1	-11,3
	1		EDI	2. típus						
2	2	D021	LLL	l. típus	0,163	-0,010	0,097	-12,2	-9,0	-9,2
2	3	F 02 J	FEC	2. típus						
	4		FFC	l. típus	0,177	0,030	0,177	-17,4	-12,9 -11,9 -15,0 -14,0 -9,0 -13,8 10,3 11,4 7,7 8,9 -5,4 -4,4 -6,2 -5,2 -6,9 -6,4 -10,7 -10,2 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -6,9 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -1,8 -0,2 0,0 1,6 0,4 1,4	-13,2
	1		EDI	2. típus	0,434	0,208	0,168	1,6	Q10,pk -12,9 -11,9 -15,0 -14,0 -9,0 -13,8 10,3 11,4 7,7 8,9 -5,4 -4,4 -6,2 -5,2 -6,9 -6,4 -10,7 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -6,9 -6,6,9 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -6,9 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -1,1,8 -0,2 0,0 1,6 0,4 1,4 0,2 1,1	14,5
2	2	D041	EPI	l. típus	0,477	0,247	a _{3,pk} Q ₀ 3 0,069 5 0,070 1 0,111 2 0,110 0 0,097 0 0,097 0 0,177 8 0,168 7 0,134 1 0,226 3 0,192 9 0,062 8 0,118 3 0,082 7 -0,038 6 -0,052 2 0,027 0 0,014 3 0,017 4 0,052 7 0,053 3 -0,162 5 -0,044 6 0,017 5 0,034 7 -0,004 8 0,011 6 0,027 0 0,046 4 0,042 7 0,060	1,8	11,4	16,3
3	3	P04J	EEC	2. típus	0,442	0,221	0,226	-1,2	7,7	12,1
	4		FFC	l. típus	0,488	0,253	0,192	-0,9	Q10,pk -12,9 -11,9 -15,0 -14,0 -9,0 -13,8 10,3 11,4 7,7 8,9 -5,4 -4,4 -6,2 -5,2 -6,9 -6,4 -10,7 -10,2 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -6,9 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -6,9 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -6,9 -18,8 0,2 -1,1,8 -0,2 0,0 1,6 0,4 1,4 0,2 1,1	13,9
	1		EDI	2. típus	0,397	0,119	0,096	-13,4	-5,4	-3,1
4	2		EPI	l. típus	0,447	0,149	0,062	-13,3	-4,4	-1,4
4	3	P04B	FFC	2. típus	0,403	0,128	0,118	-14,3	-6,2	-3,7
	4			l. típus	0,449	0,163	0,082	-14,2	-5,2	-2,0
	1	P07J	EPI	2. típus	0,367	0,087	-0,038	-14,2	-6,9	-5,2
-	2			l. típus	0,415	0,096	-0,052	-14,7	-6,4	-4,5
5	3		FFC	2. típus	0,377	0,112	0,027	-18,2	-10,7	-8,4
	4			l. típus	0,424	0,120	0,014	-18,6	-10,2	-7,8
	1		EDI	2. típus	0,449	0,213	0,017	-25,9	-12,9 -11,9 -15,0 -14,0 -9,0 -13,8 10,3 11,4 7,7 8,9 -5,4 -4,4 -6,2 -5,2 -6,9 -6,4 -10,7 -10,2 -16,9 -6,4 -10,7 -10,2 -6,9 -6,4 -10,7 -10,2 -6,9 -6,4 -10,7 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -6,9 -6,9 -18,8 0,2 -6,9 -13,8 -14,0 -14,0 -15,4 -14,0 -15,2 -6,9 -6,4 -10,7 -10,2 -16,6 -19,1 -18,8 0,2 -0,2 -0,0 -1,8 -0,2 -0,0 -1,8 -1,8 -0,2 -1,6,6 -1,9,1 -1,8 -0,2 -6,9 -6,4 -1,1,6 -1,1,6 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -0,2 -0,0 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,4 -0,2 -1,1,8 -0,2 -1,1,4 -0,2 -1,1,4 -0,2 -1,1,1,1 -1,1,1,1 -1,1,1,1 -1,1,1,1 -1,1,1,1 -1,1,1,1 -1,1,1,1 -1,1,1,1 -1,1,1,1,1 -1,1,1,1,1 -1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,	-12,7
6	2		EPI	l. típus	0,493	0,194	0,018	-26,5	-16,6	-12,7
0	3	P0/B	DEC	2. típus	0,459	0,234	0,052	-28,3	-19,1	-14,4
	4		FFC	l. típus	0,501	0,217	0,053	-28,8	-18,8	-14,5
	1		EDI	2. típus	0,364	-0,043	-0,162	-7,1	0,2	-0,7
7	2	P09J	EFI	l. típus						
/	3		FFC	2. típus	0,378	0,015	-0,044	-14,5	-6,9	-6,6
4 5 6 7 8	4			l. típus						
	1	P11J	EPI	2. típus	0,627	0,186	0,017	-14,3	-1,8	1,9
0	2			l. típus	0,689	0,205	0,034	-14,0	-0,2	3,9
8	3		FFC	2. típus	0,621	0,157	-0,004	-12,4	0,0	3,2
	4			l. típus	0,680	0,178	0,011	-12,0	1,6	5,2
	1		EPI	2. típus	0,600	0,286	0,027	-11,6	0,4	6,2
0	2	DUD		l. típus	0,652	0,340	0,046	-11,7	1,4	8,2
y	3	LIIR -	FFC	2. típus	0,609	0,294	0,042	-12,0	0,2	6,1
	4			l. típus	0,661	0,347	0,060	-12,1	1,1	8,1

1. táblázat. A trilineáris függvények együtthatói

Meghatároztuk minden ízületre vonatkozóan mindkét mérési típus mindkét kiértékelési módszeréhez tartozóan az illesztés globális szórását (*2. táblázat*). A szórások ismeretében az F-próba eredményeként megállapítható, hogy a P04J ízület 1. típusú mérését ki kell zárni a célfüggvény meghatározása során.

Ezek ismeretében határozhatók meg az átlagos trilineáris függvények együtthatói (*3. táblázat*). Ezek a függvények láthatók a *7. ábrán*.

4. Következtetések

Az előzőekben bemutatott célfüggvény eredményeként a különböző kutatók különböző módszerekkel végzett kísérleteinek eredményei összehasonlíthatókká válnak. Megjegyezzük, hogy ez a matematikai modell más ízületekre is alkalmazható.

A célfüggvény fölhasználható a protézis minősítésekre és a protézisek általános beépí-

k	alany		P01J	P02J	P04J	P04B	P07J	P07B	P09J	P11J	P11B
	р		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	EPI	Tip. 2	0,221		0,157	0,305	0,276	0,195	0,345	0,350	0,291
2		Tip l.	0,299	0,325	0,165	0,392	0,351	0,345		0,380	0,370
3	FFC	Tip. 2	0,242		0,168	0,332	0,272	0,190	0,367	0,362	0,293
4		Tip l.	0,325	0,325	0,140	0,394	0,367	0,338		0,410	0,368

2. táblázat. A trilineáris illesztések globális szórása (s_{ö.pk} [°])

k	alany		a _{l,kC} [-]	a _{2,kC} [-]	a _{3,kC} [-]	<i>₽_{10,kC}</i> [°]	<i>₽_{20,kC}</i> [°]	s_{kC} [°]
1	EDI	Tip. 2	0,221		0,157	0,305	0,276	0,195
2	EPI	Tip l.	0,299	0,325	0,165	0,392	0,351	0,345
3	EEC	Tip. 2	0,242		0,168	0,332	0,272	0,190
4	FFC	Tip l.	0,325	0,325	0,140	0,394	0,367	0,338

3. táblázat. A célfüggvények együtthatói a kerekített szakaszhatárokkal



Biomechanica Hungarica X. évfolyam, 1. szám

tési módszerének optimalizálására, amellyel Kopcsányi et al. foglalkozik a folyóirat jelen számában megjelent cikkében.³¹

A meghatározott célfüggvény alkalmas arra is, hogy segítségével a protézisfejlesztéssel foglalkozó mérnökök jobb protézist fejlesszenek, mivel célfüggvény használatával fejlesztett protézisek által biztosított mozgásformák sokkal közelebb állnak a valós ízület mozgásához, mint azt a mostani protézisek biztosítják.⁶

A kísérleti berendezést felhasználva az egészséges emberi térdízületben lezajló csúszó-gördülő mozgások elemezhetők, ezzel Fekete et al. foglalkozik cikkében.³² További vizsgálatokkal a csúszás-gördülés eredményeit felhasználva a protézisek egy másik szempont szerinti minősítésére is lehetőség nyílik. Ugyanezen eredmények lehetőséget teremtenek arra is, hogy az itt megfogalmazott rotatioflexio célfüggvény és a csúszó-gördülő mozgás közötti kapcsolat megteremthető legyen.

A megfogalmazott matematikai modell általánosan alkalmazható, ugyanakkor a célfüggvény konkrét értékei mozgásformától és koordináta-rendszertől is függhetnek. Ezért további kutatás szükséges a matematikai modell koordináta-rendszertől való függetlenségének kidolgozása. Ugyanilyen továbblépés lehet a mozgásformától való függőség vagy függetlenség bizonyítása.

Orvosi szempontból fontos lehet a rotatioflexio függvény anatómiai koordináta-rendszertől való függetlenségének megteremtése. Ez a protézisek beültetése szempontjából lehet lényeges kérdés.

IRODALOM

- Grood ES, Suntay WJ. A joint coodinate system for the clinical description of three-dimensional motions: application to the knee. Journal of Biomechanical Engineering 1983;105:136-44.
- Walker PS, Heller Y, Yildirim G, Immerman I. Reference axes for comparing the motion of knee replacements with the anatomic knee. The Knee 2011;18(5):312-6.
- Blaha JD, Mancinelli CA, Simons WH, Kish VL, Thyagarajan G. Kinematics of the human knee using an open chain cadaver model. Clin Orthop Relat Res 2003;410:25-34.
- Hollister AM, Jatana S, Singh AK, Sullivan WW, Lupichuk AG. The axes of rotation of the knee. Clin Orthop Relat Res 1993;290:259-68.
- Eckhoff D, Hogan C, DiMatteo L, Robinson M, Bach J. Difference between the epicondylar and cylindrical axis of the knee. Clin Orthop Relat Res 2007;461:238-44.
- Csizmadia BM, Balassa G, Katona G. The first steps to the development of the knee prosthesis rating method. Biomechanica Hungarica 2013;6(1):39-45.

- Pennock GR, Clark KJ. An anatomy-based coordinate system for the description of the kinematic displacements in the human knee. Journal of Biomechanics 1990;23(12):1209-18.
- 8. *Platzer W.* SH atlasz Anatómia I. Budapest: Springer Hungarica, 1996.
- Piazza SJ, Cavanagh PR. Measurement of the screw-home motion of the kneeis sensitive to errors in axis alignment. Journal of Biomechanics 2000;33(8):1029-34.
- Freeman MAR. How the knee moves. Current Orthopaedics 2001;15(6):444-50.
- Varadarajan KM, Harry RE, Johnson T, Li G. Can in vitro systems capture the characteristic differences between the flexion-extension kinematics of the healthy and TKA knee? Med Eng Phys 2009;31(8):899-906.
- Bíró I, Csizmadia BM, Katona G. Sensitivity investigation of three cylindermodel of human knee joint. Biomechanica Hungarica 2010;3(1):33-42.
- 13. Andrónyi K, Katona G, Krakovits G. A térdízület reprodukálható flexiós tengelyének megha-

tározási módszere. Biomechanica Hungarica 2017;10(1):23-33.

- Akalan NE, Özkan M, Temelli Y. Threedimensional knee model: Constrained by isometric ligament bundles and experimentally obtained tibio-femoral contacts. Journal of Biomechanics 2008;41(4):890-6.
- Andrónyi K. Újabb vizsgálatok a térdízület biomechanikájának megismeréséhez [szakdolgozat]. Budapest: Semmelweis Egyetem; 2010.
- Baldwin MA, Clary C, Maletsky LP, Rullkoetter PJ. Verification of predicted specimenspecific natural and implanted patellofemoral kinematics during simulated deep knee bend. Journal of Biomechanics 2009;42(14):2341-8.
- Hilal I, Van Sint Jan S, Leardini A, Croce UD. Virtual animation of the kinematics of the human for industrial, educational and research purposes. D3.2 Technical report on data collection procedure. ANNEX I, 2002, Available from URL: http://www.ulb.ac.be/project/vakhum/ public_dataset/Doc/VAKHUM-3-Frame_ Convention.pdf
- Bull AMJ, Kessler O, Alam M, Amis AA. Changes in knee kinematics reflect the articular geometry after arthroplast. Clin Orthop Relat Res 2008;466:2491-9.
- Zürcher AW, Wolterbeek N, Harlaar J, Pöll RG. Knee rotation during a weight bearing activity: Influence of turning. Gait & Posture 2008;28(3):472-77.
- Wilson DR, Feikes JD, Zavatsky AB, O'Connor JJ. The components of passive knee movement are coupled to flexion angle. Journal of Biomechanics 2000;33(4):465-73.
- Most E, Axe J, Rubash H, Li G. Sensitivity of the knee joint kinematics calculation to selection of flexion axes. Journal of Biomechanics 2004;37(11):1743-8.
- 22. *Mesfar W, Shirazi-Adl A*. Biomechanics of the knee joint in flexion under various quadriceps forces. The Knee 2005;12(6):424-34.

- 23. Blankevoort L, Huiskes R. Validation of a threedimensional model of the knee. Journal of Biomechanics 1996;29(7):955-61.
- 24. Barrance PJ, Williams GN, Novotny JE, Buchanan TS. A method for measurement ofjoint kinematics in vivo by registration of 3-D geometric models with cine phase contrast magnetic resonance imaging data. Journal of Biomechanical Engineering 2005;127:829-37.
- 25. Benoit DL, Ramsey DK, Lamontagne M, Xu L, Wretenberg P, Renström P. Effect of skin movement artifact on knee kinematics during gait and cutting motions measured in vivo. Gait & Posture 2006;24(2):152-64.
- Szakál Z. Measuring apparatus for motion analysis of the knee joint (in Hungarian), GÉP 2006;LVII(1):37-40.
- 27. Renner G, Andrónyi K. Measuring motion and shape in biomechanics. In: Bittanti S, editor. Proceedings of the 18th IFAC World Congress; 2011 Aug 28-Sep 2; Milan, Italy. Red Hook (NY): Curran Associates; 2011. p. 13855-61.
- Katona G. Az egészséges emberi térdízület kinematikájának leírása kísérletek alapján [PhD értekezés], Gödöllő: Szent István Egyetem; 2015.
- Bíró I, Fekete G. Approximate method for determining axis of finite rotation of human knee joint. Acta Polytechnica Hungarica 2014;11(9):61-74.
- Bíró I, Csizmadia BM, Fekete G. Numerical sensitivity analysis on anatomical landmarks with regard to the human knee joint. Acta Polytechnica Hungarica 2016;13(5):7-26.
- Kopcsányi G, Balassa GP, Oldal I. Térdprotézis geometriájának javítása evolúciós algoritmus alkalmazásával. Biomechanica Hungarica 2017;10(1):65-73.
- 32. Fekete G, Csizmadia BM, Wahab MA, De Baets P, Katona G, Vanegas-Useche JV, Solanilla JA. Sliding-rolling ratio during deep squat with regard to different knee prostheses. Acta Polytechnica Hungarica 2012;9(5):5-24.

Katona Gábor

Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Mechanikai és Géptani Intézet H-2100 Gödöllő, Páter Károly út 1. Tel.: (+36) 30 929-4675